Resolver 4 de las cuestiones planteadas, escogidas libremente. **PEvAU FÍSICA ANDALUCÍA. 2022 Junio**
Cada cuestión consta de dos apartados: a) 1 pto, b) 1,5 ptos. Tiempo: 1 h 30 min.

A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) i) Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas. ii) Explique razonadamente cómo se modifica la relación si intervienen además fuerzas no conservativas.
b) Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,2. Determine, mediante consideraciones energéticas: i) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m. ii) La velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m. $g = 9,8\ m\ s^{-2}$

A.2. a) En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo. i) ¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales? ii) ¿Cuál sería el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa m desde A hasta B?
b) Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos A(2,0) m y B(0,3) m, respectivamente. i) Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. ii) Calcule el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto C(2,3)m. $G = 6,67\cdot10^{-11}\ N\ m^2\ kg^{-2}$

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.
b) Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0)m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine: i) El valor de la carga de las partículas y ii) el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m. $K = 9\cdot10^9\ N\ m^2\ C^{-2}$

B.2. a) A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.
b) Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo $B = (4t - t^2)$ T (t es el tiempo en segundos). i) Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira. ii) Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para t = 3 s. iii) Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes.
b) Una onda armónica transversal se propaga en el sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de $3\ m\ s^{-1}$. Si su longitud de onda es de 1,5 m y su amplitud es de 2 m: i) Escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto x = 0 m y en el instante t = 0 s la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva. ii) Determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

C.2. a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen.
b) Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior a un valor mínimo. ii) La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal. iii) La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.
b) Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de $4\cdot10^{-19}$ J para una radiación incidente de $3,5\cdot10^{-7}$ m de longitud de onda. Calcule: i) El trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en julios. iii) La diferencia de potencial mínima para frenar los electrones emitidos.
$e = 1,6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6,63\cdot10^{-34}$ J s ; $c = 3\cdot10^8\ m\ s^{-1}$; $N_A = 6,02\cdot10^{23}\ mol^{-1}$

D.2. a) Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo. ii) Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.
b) El $^{235}_{92}U$ se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de $^{95}_{38}Sr$, dos neutrones y un tercer núcleo $^{A}_{Z}Q$. i) Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y el número total de nucleones del tercer núcleo. ii) Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.
m($^{235}_{92}U$) = 235,043930 u; m($^{95}_{38}Sr$) = 94, 919359 u; m($^{A}_{Z}Q$) = 138,918793 u; m_n = 1,008665 u; 1 u = $1,66\cdot10^{-27}$ kg; $c = 3\cdot10^8\ m\ s^{-1}$

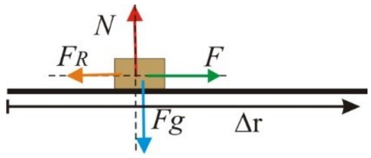
A. INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) i) Defina los conceptos de energía cinética, energía potencial y energía mecánica e indique la relación que existe entre ellas cuando sólo actúan fuerzas conservativas. ii) Explique razonadamente cómo se modifica la relación si intervienen además fuerzas no conservativas.
b) Sobre un cuerpo de 3 kg, que está inicialmente en reposo sobre un plano horizontal, actúa una fuerza de 12 N paralela al plano. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,2. Determine, mediante consideraciones energéticas: i) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento tras recorrer el cuerpo una distancia de 10 m. ii) La velocidad del cuerpo después de recorrer los 10 m. **$g = 9{,}8\ m\ s^{-2}$**

a) i) La energía cinética es la energía que tiene un cuerpo debido a su movimiento. Se calcula con $Ec = \frac{1}{2}mv^2$
La energía potencial es la energía almacenada por un cuerpo debido a que sobre él actúa una fuerza conservativa. Existen tres tipos: Energía potencial gravitatoria, energía potencial elástica y energía potencial eléctrica.
La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potenciales que posee el cuerpo. $E_M = Ec + Ep$
Las variaciones de estas energías están relacionadas con el trabajo realizado por las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.
$W_{TOT} = \Delta Ec$ $\quad W_{FC} = -\Delta Ep$ $\quad W_{FNC} = \Delta E_M$
Si sólo actúan fuerzas conservativas, entonces $W_{FNC} = 0 \rightarrow E_M = cte$
Y también $\Delta Ec = W_{FC} = -\Delta Ep \rightarrow \Delta Ec = -\Delta Ep$

ii) Si además existen fuerzas no conservativas aplicadas:
Si las fuerzas no conservativas no realizan trabajo, sigue cumpliendo que $E_M = cte$ y $\Delta Ec = -\Delta Ep$
Si realizan trabajo, la energía mecánica varía $\Delta E_M = W_{FNC}$
Y la variación de energía potencial ya no coincide con la variación de energía potencial, con signo opuesto. Ahora:
$\Delta Ec = W_{FC} + W_{FNC} = -\Delta Ep + W_{FNC}$

b) Esquema de fuerzas que actúan:
Fuerza gravitatoria (conservativa): $Fg = m \cdot g = 29{,}4\ N$
Normal (no conservativa): $\Sigma F_y = 0 \rightarrow N = Fg = m \cdot g = 29{,}4\ N$
Fuerza aplicada (no conservativa): $F = 12\ N$
Fuerza de rozamiento (no conservativa): $F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 5{,}88\ N$



i) Suponiendo que el rozamiento se mantiene constante durante el desplazamiento $(W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos\alpha)$:
$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot cos180º = -\mu mg\Delta r = -58{,}8\ J$

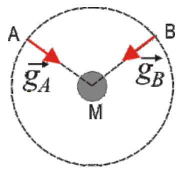
ii) Aplicamos el teorema trabajo-energía cinética para resolver la cuestión $\Delta Ec = W_{TOT}$
Trabajo realizado por las fuerzas que actúan:
- Fuerza gravitatoria: No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento (α = 90º)
- Normal: No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento (α = 90º)
- Fuerza aplicada: $W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos0º = F \cdot \Delta r = 12\ N \cdot 10m = 120\ J$
- Fuerza de rozamiento (ya calculado): $W_{FR} = -58{,}8\ J$

Así: $\Delta Ec = W_{TOT} = W_{Fg} + W_N + W_F + W_{FR} = 120\ J - 58{,}8\ J = 61{,}2\ J$
La energía cinética aumenta en 61,2 J. Como inicialmente el cuerpo estaba en reposo, su energía cinética era nula. Por tanto, la energía cinética el final del desplazamiento es de 61,2 J
$Ec = \frac{1}{2}mv^2 = 61{,}2\ J$ Sustituimos $m = 3\ kg$ y despejamos la velocidad: $v = 6{,}39\ m\ s^{-1}$.

(También puede resolverse aplicando conservación de la energía mecánica, teniendo en cuenta que la energía potencial gravitatoria es cero al principio y al final, y sumando el trabajo de todas las fuerzas no conservativas $\Delta E_M = W_{FNC}$)

A.2. a) En una determinada región del espacio existen dos puntos A y B en los que el potencial gravitatorio es el mismo. i) ¿Podemos concluir que los campos gravitatorios en A y en B son iguales? ii) ¿Cuál sería el trabajo realizado por el campo gravitatorio al desplazar una masa m desde A hasta B?
b) Dos masas de 2 y 4 kg se sitúan en los puntos A(2,0) m y B(0,3) m, respectivamente. i) Determine el campo y el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas. ii) Calcule el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria para trasladar una tercera masa de 1 kg desde el origen de coordenadas hasta el punto C(2,3)m.
G = $6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

a) i) La intensidad del campo gravitatorio ($\vec{g}$) es la fuerza por unidad de masa ejercida sobre una masa m que se encuentra inmersa en el campo gravitatorio. Es una magnitud vectorial.
El potencial gravitatorio (V) es la energía almacenada por unidad de masa en un punto del campo gravitatorio. Es una magnitud escalar. Nos dicen que $V_A = V_B$
No podemos concluir que los campos gravitatorios sean también iguales, ya que no sabemos la distribución de masas que origina el campo gravitatorio. Además, el campo gravitatorio no está relacionado directamente con el valor del potencial en un punto, sino con su variación, $\vec{g} = -\vec{\nabla}V$
Incluso en el caso de una sola masa puntual M, $V = -\frac{GM}{r}$, en el que ambos puntos estarían a la misma distancia de M para que los potenciales sean iguales, y entonces los campos gravitatorios serían iguales **en módulo,** $\frac{GM}{{r_A}^2} = \frac{GM}{{r_B}^2}$, las **direcciones** de ambos campos serían distintas (dibujo), por lo que ya no se cumpliría $\vec{g}_A = \vec{g}_B$



Es el carácter vectorial del campo gravitatorio el que hace que no podamos concluir que los campos gravitatorios sean iguales, aunque sus módulos puedan coincidir.

ii) Teniendo en cuenta que la fuerza gravitatoria es conservativa
$$W_{Fg} = -\Delta Ep_g = -\left(Ep_{gB} - Ep_{gA}\right) = Ep_{gA} - Ep_{gB} = m\cdot V_A - m\cdot V_B = 0, \quad \text{ya que } V_A = V_B$$

b) i) Estamos ante el campo gravitatorio producido por dos masas puntuales. Aplicamos el principio de superposición:
$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$
Intensidad del campo gravitatorio ($\vec{g}$): Fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa.

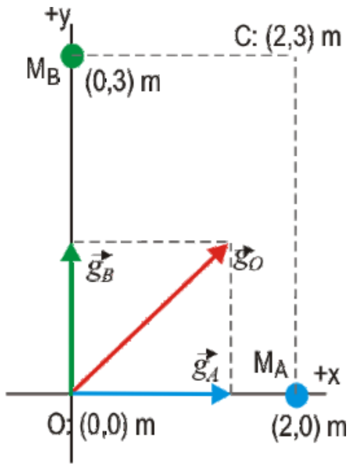
$$\vec{g}_A = -\frac{GM_A}{{r_A}^2}\vec{u}_{rA} \qquad \vec{r}_A = (0,0)-(2,0) = -2\vec{\imath}\,m \;\; ; \;\; r_A = 2\,m \qquad \vec{u}_{rA} = \frac{\vec{r}_A}{r_A} = -\vec{\imath}$$

$$\vec{g}_A = -\frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 2kg}{(2m)^2}\cdot(-\vec{\imath}) = 3{,}335\cdot10^{-11}\,\vec{\imath}\;Nkg^{-1}$$

$$\vec{g}_B = -\frac{GM_B}{{r_B}^2}\vec{u}_{rB} \qquad \vec{r}_B = (0,0)-(0,3) = -3\vec{\jmath}\,m \;\; ; \;\; r_B = 3\,m \qquad \vec{u}_{rB} = \frac{\vec{r}_B}{r_B} = -\vec{\jmath}$$

$$\vec{g}_B = -\frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 4kg}{(3m)^2}\cdot(-\vec{\jmath}) = 2{,}964\cdot10^{-11}\,\vec{\jmath}\;Nkg^{-1}$$

$$\vec{g}_{(0,0)} = \vec{g}_A + \vec{g}_B \qquad \vec{g}_{(0,0)} = 3{,}335\cdot10^{-11}\,\vec{\imath} + 2{,}964\cdot10^{-11}\,\vec{\jmath}\,Nkg^{-1}$$



Para calcular el potencial gravitatorio (energía almacenada por unidad de masa) aplicamos nuevamente el principio de superposición: Punto O(0,0) m

$$V_O = V_{AO} + V_{BO} = -\frac{GM_A}{r_{AO}} - \frac{GM_B}{r_{BO}} = -\frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 2kg}{2\,m} - \frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 4kg}{3\,m} = -1{,}556\cdot10^{-10}\;\frac{J}{kg}$$

ii) La fuerza gravitatoria es conservativa. Por tanto, podemos calcular el trabajo realizado a partir de la energía potencial: $W_{Fg} = -\Delta Ep_g = -\left(Ep_{gC} - Ep_{gO}\right) = Ep_{gO} - Ep_{gC} = m\cdot V_O - m\cdot V_C = m\cdot(V_O - V_C)$

Calculamos el potencial en C(2,3)m:

$$V_C = V_{AC} + V_{BC} = -\frac{GM_A}{r_{AC}} - \frac{GM_B}{r_{BC}} = -\frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 2kg}{3\,m} - \frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 4kg}{2\,m} = -1{,}779\cdot10^{-10}\;\frac{J}{kg}$$

Y el trabajo: $W_{Fg} = m\cdot(V_O - V_C) = 1kg\cdot(-1{,}556\cdot10^{-10}\;\frac{J}{kg} + 1{,}779\cdot10^{-10}\;\frac{J}{kg}) = 2{,}23\cdot10^{-11}\,J$

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Dos cargas puntuales de igual valor y signo contrario se encuentran separadas una distancia d. Explique, con ayuda de un esquema, si el campo eléctrico puede anularse en algún punto próximo a las dos cargas.
b) Dos partículas idénticas con carga positiva, situadas en los puntos A(0,0) m y B(2,0)m, generan un potencial eléctrico en el punto C(1,1) m de 1000 V. Determine: i) El valor de la carga de las partículas y ii) el vector campo eléctrico en el punto C(1,1) m. K = $9\cdot 10^9$ N m^2 C^{-2}

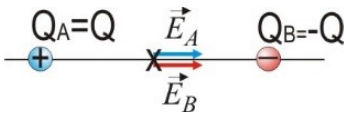
a) Estamos ante el campo electrostático producido por dos cargas puntuales. Aplicamos el principio de superposición.

$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ Para que el campo total se anule $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 0 \rightarrow \vec{E}_A = -\vec{E}_B$ Ambos campos deben ser iguales en módulo y dirección, pero en sentidos opuestos.

<u>Módulo</u>: $E_A = E_B \rightarrow \frac{K|Q_A|}{{r_A}^2} = \frac{K|Q_B|}{{r_B}^2} \rightarrow \frac{\cancel{K\cdot|Q_B|}}{{r_A}^2} = \frac{\cancel{K|Q_B|}}{{r_B}^2} \rightarrow {r_B}^2 = {r_A}^2 \rightarrow r_A = r_B$

<u>Dirección</u>: Para que ambos campos tengan igual dirección, el punto se encontraría en la recta que pasa por A y B.

El único punto que cumple estas dos condiciones es el punto medio entre las dos cargas. Pero en ese punto ambos campos tienen el mismo sentido (ver esquema), y no sentidos opuestos, que es la condición necesaria para que sumen cero.



Por lo tanto, el campo eléctrico NO puede anularse en ningún punto próximo a las dos cargas.

b) Estamos ante el campo eléctrico producido por dos cargas puntuales.
i) Potencial eléctrico: energía almacenada por unidad de carga positiva. Aplicando superposición y teniendo en cuenta que ambas cargas son iguales ($Q_A = Q_B = Q$) y que $r_{AC} = r_{BC} = \sqrt{2}\, m$:

$$V_C = V_{AC} + V_{BC} = \frac{K\cdot Q_A}{r_{AC}} + \frac{K\cdot Q_B}{r_{BC}} = \frac{9\cdot 10^9\cdot Q}{\sqrt{2}} + \frac{9\cdot 10^9\cdot Q}{\sqrt{2}} = 1000\, V \rightarrow\ 1{,}273\cdot 10^{10}\cdot Q = 1000 \rightarrow\ Q = 7{,}86\cdot 10^{-8}\, C$$

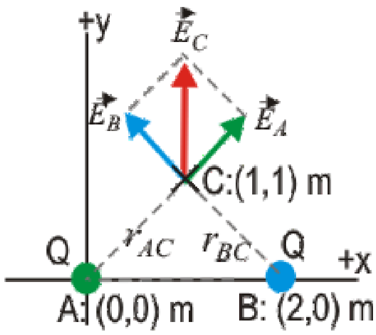
ii) Intensidad del campo eléctrico ($\vec{E}$): Fuerza eléctrica ejercida por unidad de carga.
Aplicamos el principio de superposición: $\overrightarrow{E_C} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

$\vec{E}_A = \frac{KQ_A}{{r_A}^2}\vec{u}_{rA}$ $\vec{r}_A = (1,1) - (0,0) = \vec{\imath} + \vec{\jmath}\, m$, $r_A = \sqrt{2}\, m$, $\vec{u}_{rA} = \frac{\vec{r}_A}{r_A} = \frac{\vec{\imath}+\vec{\jmath}}{\sqrt{2}}$

$$\vec{E}_A = \frac{9\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot 7{,}86\cdot 10^{-8} C}{(\sqrt{2}\, m)^2}\cdot\frac{\vec{\imath}+\vec{\jmath}}{\sqrt{2}} = 250{,}1\,\vec{\imath} + 250{,}1\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}$$

$\vec{E}_B = \frac{KQ_B}{{r_B}^2}\vec{u}_{rB}$ $\vec{r}_B = (1,1) - (2,0) = -\vec{\imath} + \vec{\jmath}\, m$, $r_B = \sqrt{2}\, m$, $\vec{u}_{rB} = \frac{\vec{r}_B}{r_B} = \frac{-\vec{\imath}+\vec{\jmath}}{\sqrt{2}}$

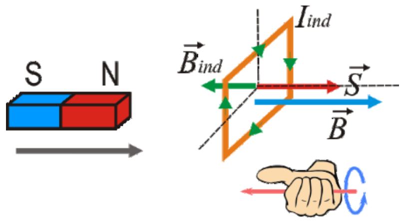
$$\vec{E}_B = \frac{9\cdot 10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot 7{,}86\cdot 10^{-8} C}{(\sqrt{2}m)^2}\cdot\frac{-\vec{\imath}+\vec{\jmath}}{\sqrt{2}} = -250{,}1\,\vec{\imath} + 250{,}1\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}$$



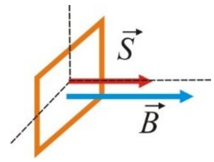
$$\overrightarrow{E_C} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 500{,}2\,\vec{\jmath}\ NC^{-1}$$

B.2. a) A una espira plana, que está en reposo, se le acerca perpendicularmente al plano de la misma un imán por su polo norte. Realice un esquema en el que se represente la dirección y sentido del campo magnético inducido en la espira. Justifique el sentido de la corriente inducida en la misma.
b) Una espira conductora cuadrada de 0,05 m de lado se encuentra en una región donde hay un campo magnético perpendicular a la espira de módulo B = (4t - t^2) T (t es el tiempo en segundos). i) Halle la expresión para el flujo del campo magnético a través de la espira. ii) Calcule el módulo de la f.e.m. inducida en la espira para t = 3 s. iii) Determine el instante de tiempo para el cual no se induce corriente en la espira.

a) Según la ley de Faraday-Lenz, se generará corriente inducida si varía el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira, $\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme.
Al acercar el polo norte del imán, aumenta el valor del campo magnético, con lo que el flujo magnético que atraviesa la espira aumenta, según el esquema, hacia la derecha. Se inducirá en la espira una corriente que producirá un campo magnético inducido que se opone a la variación del flujo. Como el flujo aumenta hacia la derecha, el campo inducido irá hacia la izquierda.
La ley de Biot-Savart explica el campo magnético que produce la corriente que circula por la espira. El sentido del campo viene dado por la regla de la mano derecha (sacacorchos); En el esquema se muestra el sentido de la corriente inducida.



b) i) El flujo magnético que atraviesa una espira viene dado por $\phi_m = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot S \cdot cos\alpha$, suponiendo la superficie plana y el campo uniforme, S es la superficie de la espira, B el campo magnético y α el ángulo entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$. Suponemos el vector superficie en el mismo sentido que el campo (esquema), luego α = 0º



La superficie: $S = L^2 = (0{,}05\ m)^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ m^2$

El flujo $\phi_m = B \cdot S \cdot cos\alpha = (4 \cdot t - t^2)T \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} m^2 \cdot \cos 0º = 0{,}01 \cdot t - 0{,}0025 \cdot t^2\ (Wb)$

ii) Según la ley de Faraday-Lenz, al variar el flujo magnético que atraviesa la espira, se generará corriente inducida en la misma. La fuerza electromotriz inducida viene dada por
$\varepsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d(0{,}01 \cdot t - 0{,}0025 \cdot t^2)}{dt} = -0{,}01 + 0{,}005 \cdot t\ \ (V)$
Para t = 3 s, $\varepsilon(3s) = -0{,}01 + 0{,}005 \cdot 3\ = 0{,}005\ V$

(Nota: no se comprende bien lo de "módulo", ya que la f.e.m. es una magnitud escalar. Igual se refieren al valor absoluto…)

iii) La corriente inducida será nula en el instante en el que la f.e.m. sea nula
$\varepsilon = -0{,}01 + 0{,}005 \cdot t = 0 \rightarrow\ \ t = 2\ s$

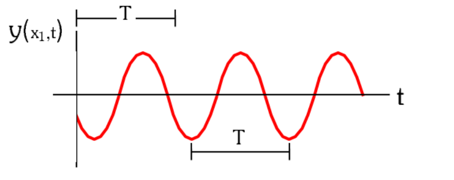
C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) ¿Qué significa que una onda armónica es doblemente periódica? Explíquelo apoyándose en las gráficas correspondientes.
b) Una onda armónica transversal se propaga en el sentido negativo del eje OX con una velocidad de propagación de 3 m s^{-1}. Si su longitud de onda es de 1,5 m y su amplitud es de 2 m: i) Escriba la ecuación de la onda teniendo en cuenta que en el punto x = 0 m y en el instante t = 0 s la perturbación es nula y la velocidad de oscilación es positiva. ii) Determine la velocidad máxima de oscilación de un punto cualquiera del medio.

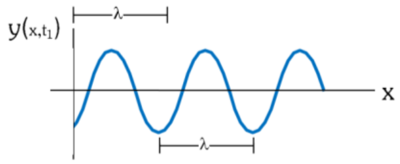
a) Se dice que las ondas armónicas son doblemente periódicas, ya que la oscilación de un punto del medio se repite:

- En el tiempo: Si estudiamos el movimiento de un punto del medio, pasado un tiempo igual al periodo (T), el estado se oscilación volverá a ser el mismo. T marca la periodicidad temporal.

- En el espacio: Si fijamos un instante de tiempo y estudiamos todos los puntos del medio, a una distancia igual a la longitud de onda (λ) encontramos un punto en fase con el primero, que se encuentra en el mismo estado de oscilación. λ marca la periodicidad espacial.



Elongación de un punto x_1 del medio en función del tiempo.



Elongación de todos los puntos del medio para un instante dado de tiempo

b) La expresión general de una onda armónica es $y_{(x,t)} = A\ sen\ (\omega t \pm kx + \varphi_0)$

Datos: Amplitud = A = 2 m

Longitud de onda = λ = 1,5 m → $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{4\pi}{3}\frac{rad}{m} = 4{,}19\ \frac{rad}{m}$

Velocidad de propagación = v = 3 m s^{-1} ; $v = \frac{\omega}{k}$ → $\omega = k \cdot v = 4\pi\ \frac{rad}{s} = 12{,}57\ \frac{rad}{s}$,

Sentido de propagación: negativo eje OX → ωt y kx aparecen <u>sumadas</u> en la función de onda.

La expresión de la onda, salvo la fase inicial, es $y_{(x,t)} = 2 \cdot sen(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x + \varphi_0)$ (S.I.)

Calculamos la fase inicial: Para t = 0 s, la perturbación del punto x = 0 es nula. $y_{(0,0)} = 0$

Por tanto: $y_{(x,t)} = 2 \cdot sen(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x + \varphi_0)$ → $0 = 2 \cdot sen(\varphi_0)$ → $sen(\varphi_0) = 0$ → $\varphi_0 = 0, \pi, 2\pi...$ rad

La velocidad de oscilación: $v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d\left(2 \cdot sen\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x + \varphi_0\right)\right)}{dt} = 8\pi \cdot cos\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x + \varphi_0\right)\ m\ s^{-1}$

Para x = 0m, t = 0s, $v_y = \frac{dy}{dt} = 8\pi \cdot cos(\varphi_0)$ Vemos que con $\varphi_0 = 0$ rad, la velocidad es positiva.

La expresión de la onda será $y_{(x,t)} = 2 \cdot sen\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x\right)(S.I.)$

ii) La velocidad de oscilación de un punto:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d\left(2 \cdot sen\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x\right)\right)}{dt} = 8\pi \cdot cos\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x\right)\ m\ s^{-1}$$

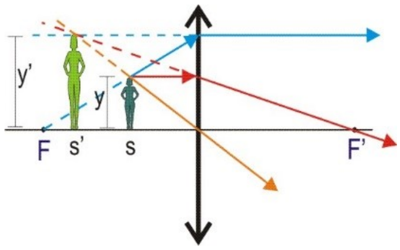
El valor máximo se da cuando $cos\left(4\pi t + \frac{4\pi}{3}x\right) = \pm 1$

En valor absoluto, $v_{ymáx} = 8\pi\ m\ s^{-1} = 25{,}13\ m\ s^{-1}$ *(también sería válido $\pm 25{,}13\ m\ s^{-1}$)*

(También puede calcularse directamente $v_{ymáx} = A \cdot \omega = 2\ m \cdot 4\pi\ rad\ s^{-1} = 8\pi\ m\ s^{-1}$)

C.2. a) Realice y explique el trazado de rayos para un objeto situado entre el foco objeto y una lente convergente. Justifique las características de la imagen.
b) Un objeto de 30 cm de altura se coloca a 2 m de distancia de una lente delgada divergente. La distancia focal de la lente es de 50 cm. Indicando el criterio de signos aplicado, calcule la posición y el tamaño de la imagen formada. Realice razonadamente el trazado de rayos y justifique la naturaleza de la imagen.

a) Determinamos geométricamente la situación y características de la imagen mediante la trayectoria de 3 rayos:
- Rayo que incide paralelo al eje óptico, al salir de la lente, pasa por el foco imagen F'.
- Rayo que incide sobre el vértice, sale con el mismo ángulo con el que incidió.
- Rayo cuya línea pasa por el foco objeto, sale paralelo al eje óptico.



Características de la imagen: Es virtual, ya que los rayos no convergen en un punto, sino sus prolongaciones. Parecen provenir de un punto.
La imagen está al derecho y es mayor que el objeto, como vemos en el diagrama.

b) Tenemos una lente divergente. Nos dan las características del objeto. Usaremos normas DIN a la hora de medir las distancias, y las ecuaciones de las lentes delgadas.

Ecuación de la lente: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ Aumento lateral: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

Posición de la imagen.

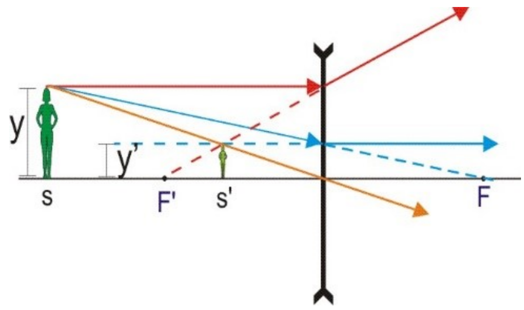
Datos: y = 0,3 m, s = - 2 m , f' = - 0,5 m (en una lente divergente la distancia focal f' es negativa)

$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-2} = \frac{1}{-0{,}5} \quad \rightarrow s' = -0{,}4\ m$ posición de la imagen

Tamaño de la imagen $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow \; y' = \frac{s' \cdot y}{s} = 0{,}06\ m$

Trazado de rayos:

- Rayo que incide paralelo al eje óptico, al salir de la lente, su línea pasa por el foco imagen F'.
- Rayo que incide sobre el vértice, sale con el mismo ángulo con el que incidió.
- Rayo cuya línea pasa por el foco objeto, sale paralelo al eje óptico.



La imagen es virtual, ya que s' es negativa, la imagen está a la izquierda de la lente, los rayos no convergen en un punto, sino sus prolongaciones. La imagen es derecha (y' e y del mismo signo) y menor que el objeto.

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) En el efecto fotoeléctrico, la luz incidente sobre una superficie metálica provoca la emisión de electrones de la superficie. Discuta la veracidad de las siguientes afirmaciones: i) Se desprenden electrones sólo si la longitud de onda de la radiación incidente es superior un valor mínimo. ii) La energía cinética máxima de los electrones es independiente del tipo de metal. iii) La energía cinética máxima de los electrones es independiente de la intensidad de la luz incidente.
b) Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de $4\cdot10^{-19}$ J para una radiación incidente de $3{,}5\cdot10^{-7}$ m de longitud de onda. Calcule: i) El trabajo de extracción de un electrón individual y de un mol de electrones, en julios. ii) La diferencia de potencial mínima para frenar los electrones emitidos.
$e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s ; $c = 3\cdot10^{8}$ m s^{-1}; $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}

a) i) En el efecto fotoeléctrico, se producirá emisión de electrones si la energía de los fotones incidentes es **superior** al trabajo de extracción del metal (y eso marca la frecuencia umbral f_0 y la longitud de onda umbral, λ_0). La energía de los fotones es $E_{fot} = h\cdot f = \frac{hc}{\lambda}$. Vemos que a mayor longitud de onda, menor es la energía de los fotones. Es imposible que si λ es mayor que el valor "mínimo" (λ_0), la radiación tenga energía para arrancar electrones al metal. La longitud de onda umbral no es un valor mínimo, es un valor **máximo**, y λ de la radiación debe ser **menor** que λ_0. La afirmación es falsa. Sería correcta si hablara de frecuencia, y no de longitud de onda.

ii) Al incidir los fotones, si su energía es superior al trabajo de extracción, la energía sobrante se invierte en energía cinética de los electrones emitidos, de forma que $Ec_e = E_{fot} - W_{extr}$. El trabajo de extracción es una característica propia del metal, por lo que la energía cinética máxima de los electrones sí depende del metal. La afirmación es falsa.

iii) Una mayor intensidad de radiación significa un mayor número de fotones incidentes, pero no una mayor energía de cada fotón. Basándonos nuevamente en la expresión $Ec_e = E_{fot} - W_{extr}$, vemos que ni la energía de los fotones, ni el trabajo de extracción (que depende exclusivamente del metal), dependen de la intensidad de la radiación incidente. La afirmación es verdadera.

b) Según la explicación que Albert Einstein dio al efecto fotoeléctrico, la luz se comporta en ese experimento como partículas (fotones) que al incidir ceden su energía a los electrones del metal. Si esta energía es inferior a la energía necesaria para extraer al electrón, no se producirá emisión y el fotón será reflejado. Si es superior, la energía sobrante se invierte en energía cinética de los electrones emitidos, de forma que $Ec_e = E_{fot} - W_{extr}$

i) Datos: $Ec_e = 4\cdot10^{-19}\,J$

Radiación: $\lambda = 3{,}5\cdot10^{-7}$ m → $E_{fot} = h\cdot f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\cdot10^{-34} Js\cdot 3\cdot10^{8} ms^{-1}}{3{,}5\cdot10^{-7} m} = 5{,}68\cdot10^{-19}\,J$

Así, $Ec_e = E_{fot} - W_{extr} \rightarrow W_{extr} = E_{fot} - Ec_e = 5{,}68\cdot10^{-19}\,J - 4\cdot10^{-19}\,J = 1{,}68\cdot10^{-19}\,J$

El trabajo de extracción es de $1{,}68\cdot10^{-19}$ J por cada electrón emitido.

Para 1 mol de electrones emitidos: $\frac{1{,}68\cdot10^{-19}\,J}{1\,electrón}\cdot\frac{6{,}02\cdot10^{23}\,electrones}{1\,mol} = 1{,}01136\cdot10^{5}\,J\,mol^{-1}$

El trabajo necesario para extraer 1 mol de electrones es $1{,}01136\cdot10^{5}\,J$

ii) La diferencia de potencial necesaria para frenar los electrones es el potencial de frenado

$$V_{fr} = \frac{Ec_e}{e} = \frac{4\cdot10^{-19}\,J}{1{,}6\cdot10^{-19}\,C} = 2{,}5\,V$$

D.2. a) Defina defecto de masa y energía de enlace de un núcleo. ii) Indique razonadamente cómo están relacionadas entre sí ambas magnitudes.
b) El $^{235}_{92}U$ se puede desintegrar, por absorción de un neutrón, mediante diversos procesos de fisión. Uno de estos procesos consiste en la producción de $^{95}_{38}Sr$, dos neutrones y un tercer núcleo $^{A}_{Z}Q$. i) Escriba la reacción nuclear correspondiente y determine el número de protones y el número total de nucleones del tercer núcleo. ii) Calcule la energía producida por la fisión de un núcleo de uranio en la reacción anterior.
m($^{235}_{92}U$) = 235,043930 u; m($^{95}_{38}Sr$) = 94, 919359 u; m($^{A}_{Z}Q$) = 138,918793 u; m_n = 1,008665 u; 1 u = $1{,}66\cdot10^{-27}$ kg; c = $3\cdot10^{8}$ m s^{-1}

a) El defecto de masa de un núcleo es la diferencia entre la masa de sus partículas (protones + neutrones) por separado y la masa del núcleo $\Delta m = \sum m_{Partículas} - m_{Núcleo}$. Esta diferencia se debe a que parte de la masa de los nucleones se transforma en energía al formarse el núcleo a partir de sus partículas por separado.

La energía de enlace de un núcleo E_e (*Ojo: no confundir con energía de enlace por nucleón, E_n*) es la energía desprendida al formarse el núcleo a partir de sus partículas por separado. También puede definirse como la energía que es necesario suministrar al núcleo para separar sus partículas. Esta energía se debe a la transformación de materia en energía (o viceversa) según la relación de Einstein $E_e = \Delta m \cdot c^2$

ii) La relación entre ambas magnitudes es precisamente la expresión antes vista $E_e = \Delta m \cdot c^2$. El defecto másico se debe a la transformación en energía de parte de la masa de las partículas al unirse mediante la interacción nuclear fuerte.

b) i) En una reacción de fisión, un núcleo pesado, al captar un neutrón, se vuelve inestable y se descompone (fisión) en varios núcleos más ligeros, desprendiéndose también varios neutrones y energía.

La reacción del enunciado es $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{95}_{38}Sr + ^{A}_{Z}Q + 2\,^{1}_{0}n$

Para calcular A y Z, tenemos en cuenta que en toda reacción nuclear se cumple el principio de conservación de la carga (la suma de números atómicos Z debe coincidir en ambos miembros de la reacción) y la conservación del número de nucleones (la suma de números másicos A debe coincidir en ambos miembros de la reacción).

Así: 235 +1 = 95 + A + 2 → A = 139 92 + 0 = 38 + Z + 0 → Z = 54 es xenón (Xe)

El tercer núcleo es un isótopo de xenón $^{139}_{54}Xe$ *(No es necesario saber de qué elemento químico se trata)*

Y la reacción: $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{95}_{38}Sr + ^{139}_{54}Xe + 2\,^{1}_{0}n$

ii) La energía que nos piden es la energía de reacción $E_r = \Delta m \cdot c^2$

Donde Δm es el defecto másico $\Delta m = \sum m_{reactivos} - \sum m_{productos}$

Calculamos $\Delta m = m(^{235}_{92}U) + m(^{1}_{0}n) - m(^{95}_{38}Sr) - m(^{139}_{54}Xe) - 2\cdot m(^{1}_{0}n) = 0{,}197113\,u$

Pasamos a kg. $0{,}197113\,u \cdot \frac{1{,}66\cdot10^{-27}kg}{1\,u} = 3{,}2721\cdot10^{-28}kg$

Y la energía de reacción: $E_r = \Delta m \cdot c^2 = 3{,}2721\cdot10^{-28}\cdot(3\cdot10^{8})^2 = 2{,}94489\cdot10^{-11}\,J$

Se desprenden $2{,}94489\cdot10^{-11}\,J$ por cada núcleo de $^{235}_{92}U$ fisionado.