Resolver 4 de las cuestiones planteadas, escogidas libremente.
Cada cuestión consta de dos apartados: a) 1 pto, b) 1,5 ptos. Tiempo: 1 h 30 min.

A) INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Dos masas de valor m y 4m separadas una distancia d, generarán un campo gravitatorio nulo en un punto entre ambas situado a una distancia d/3 de la masa más pequeña".
b) Dos masas m_1 = 10 kg y m_2 = 30 kg se encuentran situadas en los puntos A(0,0) m y B(4,3) m, respectivamente. i) Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto C(0,3) m y determine su valor. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa m_3 = 2 kg se desplaza desde el punto C(0,3) m hasta el punto D(4,0) m.
$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

A.2. a) Dos satélites idénticos, A y B, están en órbita alrededor de la Tierra, siendo sus órbitas de distinto radio: $R_A=3R_B$. Determine la relación entre sus velocidades orbitales y justifique cuál de los dos se mueve a mayor velocidad.
b) Se pretende poner en órbita un satélite artificial que diariamente dará 10 vueltas a la Tierra. i) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se situará? ii) ¿Cuál será la velocidad del satélite? $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg; R_T = 6370 km

B) INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

B.1. a) Por un conductor rectilíneo muy largo circula una corriente eléctrica. Razone, con ayuda de un esquema, la dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre una partícula con carga positiva cuando se mueve: i) Paralelamente al conductor en el mismo sentido que la corriente. ii) Perpendicularmente al conductor, acercándose a él.
b) Un hilo conductor recto de longitud 0,2 m y masa $8\cdot10^{-3}$ kg está situado a lo largo del eje OX en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0{,}5\,\vec{k}\;T$ y del campo gravitatorio terrestre, dirigido en el sentido negativo del eje OY, no existiendo otras fuerzas aplicadas sobre el hilo. Justifique, ayudándose de un esquema, el sentido de la corriente que debe circular por el hilo para que esté en equilibrio, y calcule razonadamente el valor de la intensidad. $g = 9{,}8$ m s^{-2}

B.2. a) Tenemos dos partículas cargadas idénticas separadas una distancia d. i) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto próximo a ellas? ii) ¿Y el potencial electrostático? Razone las respuestas.
b) Una partícula con carga $q_1 = 3\cdot10^{-6}$ C está fija en el punto (2,0) m del plano XY. En el punto (5,0) m, se abandona una partícula con carga $q_2 = 5\cdot10^{-6}$ C y masa $m = 1{,}5\cdot10^{-4}$ kg. Calcule razonadamente: i) El módulo de la velocidad que adquiere q_2 en el infinito si q_1 está fija. ii) El valor de la carga q_3 que debería tener una tercera partícula situada en el punto (0,0) m, para que q_2 no se mueva al ser soltada en el punto (5,0) m. $K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, las características de la imagen producida por una lente divergente.
b) La imagen formada por una lente convergente se encuentra a 1,5 m detrás de la lente, con un aumento lateral de -0,5. i) Realice el trazado de rayos. Calcule razonadamente: ii) La posición del objeto; iii) La distancia focal de la lente.

C.2. a) Una onda armónica de amplitud A y frecuencia f se propaga por una cuerda con una velocidad v. Determine los cambios que se producirían en la longitud de onda y la velocidad máxima de oscilación de un punto del medio si, manteniendo constantes el resto de parámetros: i) Se reduce a la mitad la frecuencia. ii) Se aumenta su amplitud al doble.
b) Una onda, cuya amplitud es de 0,05 m y su número de onda 10π rad m^{-1}, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje x con una velocidad de 2 m s^{-1}. i) Determine su ecuación teniendo en cuenta que en el instante inicial el punto x = 0 m se encuentra en la posición más alta de su oscilación. ii) Razone si los puntos x_1 = 0,6 m y x_2 = 0,9 m están en fase o en oposición de fase.

D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico, razone si es cierta o falsa la siguiente afirmación: "La energía cinética máxima de los electrones emitidos varía linealmente con la frecuencia de la luz incidente".
b) Para medir el trabajo de extracción de un metal, A, se hace incidir un haz de luz monocromática sobre dos muestras, una de dicho metal, y otra de un metal, B, cuyo trabajo de extracción es de 4,14 eV. Los potenciales de frenado de los electrones producidos son 9,93 V y 8,28 V, respectivamente. Calcule razonadamente: i) La frecuencia de la luz utilizada. ii) El trabajo de extracción del metal A. $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s

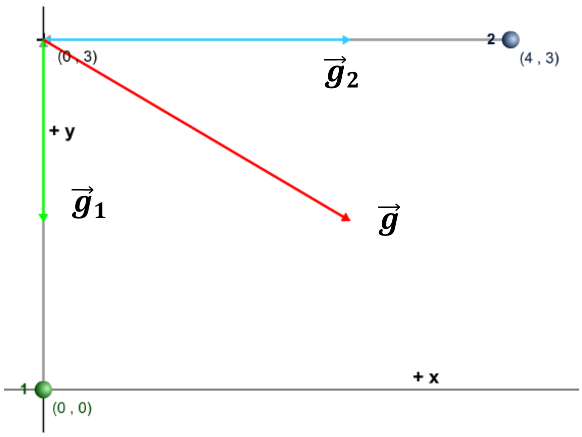
D.2. a) Discuta razonadamente los tipos de emisiones radiactivas que pueden producirse en el núcleo de los átomos y las características que posee cada una de ellas.
b) El periodo de semidesintegración del ^{226}Ra es de 1602 años. Si se posee una muestra de 240 mg, determine: i) La masa de dicho isótopo que queda sin desintegrar al cabo de 350 años. ii) El tiempo que se requiere para que su actividad se reduzca a la sexta parte.

A) INTERACCIÓN GRAVITATORIA

A.1. a) Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: "Dos masas de valor m y 4m separadas una distancia d, generarán un campo gravitatorio nulo en un punto entre ambas situado a una distancia d/3 de la masa más pequeña".
b) Dos masas $m_1 = 10$ kg y $m_2 = 30$ kg se encuentran situadas en los puntos A(0,0) m y B(4,3) m, respectivamente. i) Dibuje el campo gravitatorio debido a las dos masas en el punto C(0,3) m y determine su valor. ii) Calcule el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria cuando una tercera masa $m_3 = 2$ kg se desplaza desde el punto C(0,3) m hasta el punto D(4,0) m.
$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}

a) Para razonar la veracidad o falsedad de esta afirmación, calcularemos el punto en el que el campo gravitatorio se anula.
Estamos ante el campo electrostático producido por dos cargas puntuales. Aplicamos el principio de superposición.
$\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B$
Para que el campo total se anule $\vec{g} = \vec{g}_A + \vec{g}_B = 0 \rightarrow \vec{g}_A = -\vec{g}_B$ Ambos campos deben ser iguales en módulo y dirección, pero en sentidos opuestos.
$M_B = 4\ M_A$
Módulo: $g_A = g_B \rightarrow \frac{GM_A}{{r_A}^2} = \frac{GM_B}{{r_B}^2} \rightarrow \frac{\cancel{GM_A}}{{r_A}^2} = \frac{\cancel{G}\cdot 4\cdot \cancel{M_A}}{{r_B}^2} \rightarrow {r_B}^2 = 4\cdot {r_A}^2 \rightarrow r_B = 2\cdot r_A$
Dirección: Para que ambos campos tengan igual dirección, el punto se encuentra en la recta que pasa por A y B.
Sentido: Los campos que crean ambas masas tienen sentido contrario en la zona intermedia entre las dos, y siempre más cerca de la masa menor. Al estar el punto entre las dos masas, se cumple que $r_A + r_B = d$,
Resolvemos el sistema $\begin{cases} r_B = 2\cdot r_A \\ r_A + r_B = d \end{cases} \rightarrow 3\cdot r_A = d \rightarrow r_A = \frac{d}{3}$
Vemos que es cierto que el punto donde el campo se anula está en la zona intermedia de la línea que une ambas masas, y a una distancia d/3 de la masa A, la más pequeña. La afirmación es cierta.

b) i) Estamos ante el campo gravitatorio producido por dos masas puntuales. Aplicamos el principio de superposición:
$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$
Intensidad del campo gravitatorio ($\vec{g}$): Fuerza gravitatoria ejercida por unidad de masa.



1) $M_1 = 10$ kg. Punto A(0,0)m $\quad \vec{g}_1 = -\frac{GM_1}{{r_1}^2}\vec{u}_{r1}$

$\vec{r}_1 = (0,3) - (0,0) = 3\,\vec{j}\ m \qquad r_1 = 3\ m \qquad \vec{u}_{r1} = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{3\,\vec{j}}{3} = \vec{j}$

$\vec{g}_1 = -\frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 10kg}{(3m)^2}\cdot\vec{j} = -7{,}41\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ \ N\cdot kg^{-1}$

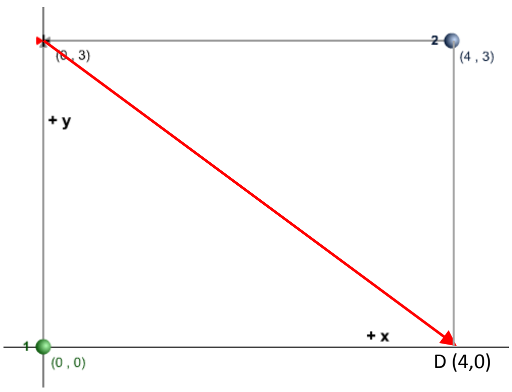
2) $M_2 = 30$ kg. Punto B(4,3)m $\quad \vec{g}_2 = -\frac{GM_2}{{r_2}^2}\vec{u}_{r2}$

$\vec{r}_2 = (0,3) - (4,3) = -4\,\vec{\imath}\ m \qquad r_2 = 4\ m \qquad \vec{u}_{r2} = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = \frac{-4\,\vec{\imath}}{4} = -\vec{\imath}$

$\vec{g}_2 = -\frac{6.67\cdot10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 30kg}{(4m)^2}\cdot(-\vec{\imath}) = 1{,}25\cdot10^{-10}\,\vec{\imath}\ \ N\cdot kg^{-1}$

$\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \qquad \vec{g} = 1{,}25\cdot10^{-10}\,\vec{\imath} - 7{,}41\cdot10^{-11}\,\vec{j}\ \ Nkg^{-1}$

ii) Calculamos el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en dicho desplazamiento (C(0,3)m → D(4,0)m).



$W_{Fg} = -\Delta Ep_g = -(Ep_{gD} - Ep_{gC}) = Ep_{gC} - Ep_{gD}$
Aplicando el principio de superposición:
Punto C) $r_{C1} = 3$ m, $r_{C2} = 4$ m, $M_1 = 10$ kg, $M_2 = 30$ kg, $m = 2$ kg
$Ep_{gC} = Ep_{gC1} + Ep_{gC2} = -\frac{GM_1 m}{r_{C1}} - \frac{GM_2 m}{r_{C2}} = -1{,}445\cdot10^{-9}\ J$
Punto D) $r_{D1} = 4$ m, $r_{D2} = 3$ m, $M_1 = 10$ kg, $M_2 = 30$ kg, $m = 2$ kg
$Ep_{gD} = Ep_{gD1} + Ep_{gD2} = -\frac{GM_1 m}{r_{D1}} - \frac{GM_2 m}{r_{D2}} = -1{,}668\cdot10^{-9}\ J$
El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria: $W_{Fg} = -\Delta Ep_g = Ep_{gC} - Ep_{gD} = 2{,}23\cdot10^{-10}\ J$

A.2. a) Dos satélites idénticos, A y B, están en órbita alrededor de la Tierra, siendo sus órbitas de distinto radio: $R_A=3R_B$. Determine la relación entre sus velocidades orbitales y justifique cuál de los dos se mueve a mayor velocidad.
b) Se pretende poner en órbita un satélite artificial que diariamente dará 10 vueltas a la Tierra. i) ¿A qué altura sobre la superficie terrestre se situará? ii) ¿Cuál será la velocidad del satélite?
$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; $M_T = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ km

a) La velocidad orbital de un satélite que describe órbitas circulares en torno a un planeta viene dada por

$v_{orb} = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$, donde M es la masa del planeta y r el radio de la órbita.

Datos: $r_A = 3\cdot r_B$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\sqrt{\frac{G\cdot M}{r_A}}}{\sqrt{\frac{G\cdot M}{r_B}}} = \frac{\sqrt{\frac{G\cdot M}{3\cdot r_B}}}{\sqrt{\frac{G\cdot M}{r_B}}} = \sqrt{\frac{\frac{\cancel{G\cdot M}}{3\cdot \cancel{r_B}}}{\frac{\cancel{G\cdot M}}{\cancel{r_B}}}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \rightarrow v_A = \frac{1}{\sqrt{3}}\cdot v_B \rightarrow v_B = \sqrt{3}\cdot v_A$$

Se mueve a mayor velocidad el satélite B (está más cerca de la Tierra)

b) i) Tenemos un satélite que describe órbitas circulares (lo suponemos) en torno a la Tierra. Calculamos su periodo de revolución teniendo en cuenta que describe 10 órbitas en un día, por lo que

$$T = \frac{1\ día}{10} = 2{,}4\ h = 8640\ s$$

(Podría calcularse el periodo usando factores de conversión, comenzando por la cantidad que queremos convertir a segundos, es decir, 1 vuelta: $1\ \cancel{vuelta}\cdot\frac{1\ \cancel{día}}{10\ \cancel{vueltas}}\cdot\frac{24\ \cancel{h}}{1\ \cancel{día}}\cdot\frac{3600\ s}{1\ \cancel{h}} = 8640\ s$)

Aplicamos la 3ª ley de Kepler al movimiento del satélite para calcular el radio de la órbita (también podemos usar la expresión del periodo de revolución).

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G\cdot M} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M\cdot T^2}{4\pi^2}} = 9{,}103\cdot10^6 m$$

La altura $h = r - R = 9{,}103\cdot10^6\ m - 6{,}370\cdot10^6\ m = \underline{2{,}733\cdot10^6\ m}$

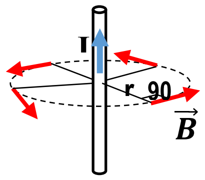
ii) La velocidad orbital del satélite viene dada por $v_{orb} = \sqrt{\frac{G\cdot M}{r}} = 6{,}619\cdot10^3\ m\ s^{-1}$

(Ojo: Hay que sustituir $r = 9{,}103\cdot10^6\ m$, no la altura sobre la superficie)

B: INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

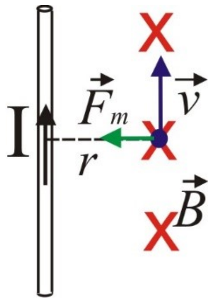
B.1. a) Por un conductor rectilíneo muy largo circula una corriente eléctrica. Razone, con ayuda de un esquema, la dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre una partícula con carga positiva cuando se mueve: i) Paralelamente al conductor en el mismo sentido que la corriente. ii) Perpendicularmente al conductor, acercándose a él.
b) Un hilo conductor recto de longitud 0,2 m y masa $8\cdot10^{-3}$ kg está situado a lo largo del eje OX en presencia de un campo magnético uniforme $\vec{B} = 0,5\,\vec{k}\,T$ y del campo gravitatorio terrestre, dirigido en el sentido negativo del eje OY, no existiendo otras fuerzas aplicadas sobre el hilo. Justifique, ayudándose de un esquema, el sentido de la corriente que debe circular por el hilo para que esté en equilibrio, y calcule razonadamente el valor de la intensidad. $g = 9,8\ m\ s^{-2}$

a)
Un hijo conductor recto por que circula corriente genera un campo magnético que viene dado por la ley de Biot-Savart.
Módulo: $B = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r}$ Dirección: Perpendicular al cable y a r.
Sentido: Regla de la mano derecha (ver dibujo)

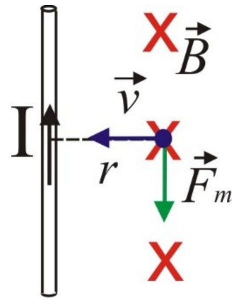


Sobre la partícula cargada en movimiento actúa una fuerza dada por la ley de Lorentz $\vec{F}_m = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$
Esta fuerza es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$, y su sentido es el que marca el producto $\vec{v}\times\vec{B}$ (regla de la mano derecha) para cargas positivas (sería el opuesto si la carga fuera negativa).

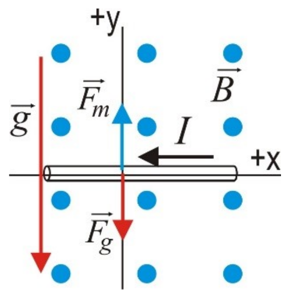
i) Cuando la partícula se mueve paralelamente al conductor, en el mismo sentido de la corriente, la fuerza es perpendicular al conductor, y apunta hacia el mismo.



ii) Cuando la partícula se mueve perpendicular al conductor, acercándose a él, la fuerza es paralela al conductor, en sentido contrario al de la corriente.



b)
El hilo conductor se mantiene suspendido e equilibrio debido a la acción de las fuerzas gravitatoria y magnética que actúan sobre él, que se contrarrestan (1ª ley de Newton, $\Sigma\vec{F} = 0$). Por tanto
$\vec{F}_g + \vec{F}_m = 0 \ \rightarrow\ \vec{F}_g = -\vec{F}_m$ Ambas fuerzas son iguales en módulo y dirección, pero en sentidos contrarios.



La fuerza gravitatoria $\vec{F}_g = m\cdot\vec{g}$, va dirigida en el sentido negativo del eje OY

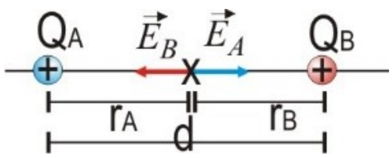
La fuerza magnética que el campo magnético terrestre ejerce sobre el hilo viene dada por la ley de Laplace
$\vec{F}_m = I\cdot\vec{L}\times\vec{B}$ En módulo $F_m = I\cdot L\cdot B\cdot sen\alpha$
Donde α es el ángulo que forma el hilo conductor con el campo magnético (90º en este caso)

<u>Sentido de la corriente</u>. Para que la fuerza magnética esté dirigida en el sentido positivo del eje OY la corriente debe circular en el sentido que indica el dibujo (hacia el sentido negativo del eje OX), de forma que el producto $\vec{L}\times\vec{B}$ salga en sentido +OY, aplicando la regla de la mano derecha.

Igualando los módulos de las fuerzas:

$$F_g = F_m \ \rightarrow\ m\cdot g = I\cdot L\cdot B\cdot sen90º \ \rightarrow\ I = \frac{m\cdot g}{L\cdot B\cdot sen90º} = \frac{8\cdot10^{-3}\,kg\cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}}{0,2\,m\cdot 0,5\,T} = 0,784\ A$$

B.2. a) Tenemos dos partículas cargadas idénticas separadas una distancia d. i) ¿Puede ser nulo el campo eléctrico en algún punto próximo a ellas? ii) ¿Y el potencial electrostático? Razone las respuestas.
b) Una partícula con carga $q_1 = 3\cdot10^{-6}$ C está fija en el punto (2,0) m del plano XY. En el punto (5,0) m, se abandona una partícula con carga $q_2 = 5\cdot10^{-6}$ C y masa $m = 1{,}5\cdot10^{-4}$ kg. Calcule razonadamente: i) El módulo de la velocidad que adquiere q_2 en el infinito si q_1 está fija. ii) El valor de la carga q_3 que debería tener una tercera partícula situada en el punto (0,0) m, para que q_2 no se mueva al ser soltada en el punto (5,0) m.
$K = 9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}



a) i) El campo electrostático producido por dos cargas puntuales se calcula aplicando el principio de superposición: $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ Para que el campo total se anule $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = 0$ → $\vec{E}_A = -\vec{E}_B$ Ambos campos deben ser iguales en módulo y dirección, pero en sentidos opuestos.
Para dos cargas del mismo signo, esto ocurre en la línea que une ambas cargas, en la zona intermedia entre las mismas (esquema).

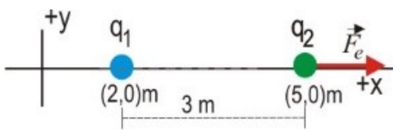
Para que los módulos sean iguales, siendo iguales las cargas: $\frac{\cancel{K|Q_A|}}{{r_A}^2} = \frac{\cancel{K|Q_B|}}{{r_B}^2} \rightarrow r_A = r_B$

El campo electrostático se anula en el punto medio del segmento que une las cargas, independientemente de su signo.

ii) Suponiendo, como es lo habitual, el nivel cero de potencial a una distancia infinita, la expresión para el potencial electrostático es $V = \frac{KQ}{r}$. Y el potencial producido por ambas cargas, aplicando el principio de superposición:

$$V = V_A + V_B = \frac{K\cdot Q_A}{r_A} + \frac{K\cdot Q_B}{r_B}$$

Para cargas del mismo signo, como es el caso, vemos que los potenciales serán ambos positivos o ambos negativos, con lo que nunca se anularán.



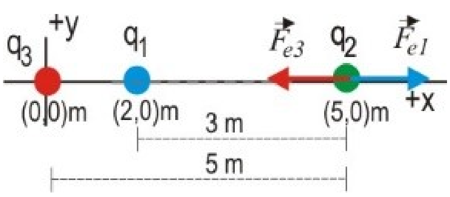
b) i) Al soltar la partícula q_2 con velocidad nula, sobre ella actúa la fuerza electrostática que ejerce q_1. Como ambas cargas son del mismo signo, esta fuerza es repulsiva, alejando la partícula q_2 indefinidamente.
Como la fuerza electrostática es conservativa, la energía mecánica de q_2 se mantendrá constante. Así:

$E_M = cte$ → $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep = 0$ → $\Delta Ec = -\Delta Ep_e$ → $\Delta Ec = -q\cdot\Delta V$

$$E_M = cte \rightarrow \Delta E_C = -\Delta Ep_e = Ep_{e1} - Ep_{e2} \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{K\cdot q_1\cdot q_2}{r_A} - \frac{K\cdot q_1\cdot q_2}{r_B}$$

$v_A = 0$ m/s, $r_A = 3$ m [desde (2,0)m hasta (5,0)m] , $r_B \rightarrow \infty$ (la energía potencial será nula)
$q_1 = 3\cdot10^{-6}$ C, $q_2 = 5\cdot10^{-6}$ C, $m = 1{,}5\cdot10^{-4}$ kg

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = \frac{K\cdot q_1\cdot q_2}{r_A} - 0 \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\cdot K\cdot q_1\cdot q_2}{m\cdot r_A}} = 24{,}49\ m\ s^{-1}$$



ii) Al colocar una tercera partícula cargada q_3, se ejercen dos fuerzas eléctricas sobre q_2. Para que ambas se anulen, vemos en el esquema que q_3 debe ser negativa, para que las fuerzas vayan en distinto sentido. Calculamos el valor absoluto de q_3 igualando los módulos de ambas fuerzas.

$q_1 = 3\cdot10^{-6}$ C, $q_2 = 5\cdot10^{-6}$ C, $r_1 = 3$ m [desde (2,0)m hasta (5,0)m] , $r_3 = 5$ m [desde (0,0)m hasta (5,0)m]

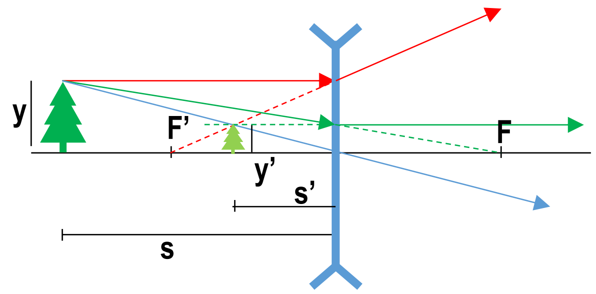
$$F_{e1} = F_{e3} \rightarrow \frac{\cancel{K}\cdot|q_1|\cdot\cancel{|q_2|}}{{r_1}^2} = \frac{\cancel{K}\cdot|q_3|\cdot\cancel{|q_2|}}{{r_3}^2} \rightarrow |q_3| = \frac{|q_1|\cdot{r_3}^2}{{r_1}^2} = 8{,}33\cdot10^{-6}\ C$$

Como q_3 es negativa: $q_3 = -8{,}33\cdot10^{-6}$ C

C) ONDAS. ÓPTICA GEOMÉTRICA

C.1. a) Razone, realizando además el trazado de rayos correspondiente, las características de la imagen producida por una lente divergente.
b) La imagen formada por una lente convergente se encuentra a 1,5 m detrás de la lente, con un aumento lateral de -0,5. i) Realice el trazado de rayos. Calcule razonadamente: ii) La posición del objeto; iii) La distancia focal de la lente.

a) Una lente divergente es un sistema óptico (normalmente de vidrio) que, mediante refracción, rayos que inciden paralelos al eje óptico, a la salida diverjan de un punto denominado foco. La posición de los focos objeto (F) e imagen (F') está indicada en el esquema.

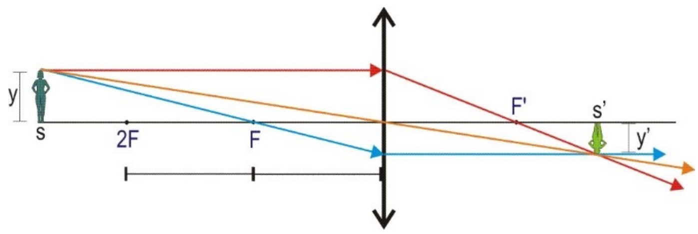


La imagen que produce una lente divergente es siempre virtual (los rayos no convergen en un punto, sino que parecen divergir de él, son las prolongaciones "hacia atrás" de los rayos las que se juntan en un punto), derecha y más pequeña que el objeto, como puede verse en el esquema de rayos.

Reglas seguidas en el diagrama de rayos:
- Rayo que incide paralelo al eje óptico → diverge, su prolongación pasa por foco imagen F' (rojo)
- Rayo que apunta hacia el foco objeto F → sale paralelo al eje óptico (verde)
- Rayo que incide sobre el vértice (centro) de la lente → Sale formando el mismo ángulo con el eje óptico. (azul)

b) Por los datos (s' = 1,5 m, positiva, y aumento lateral = -0,5), vemos que la imagen producida por la lente convergente está invertida y es menor que el objeto. El objeto, como calcularemos, se encuentra a una distancia de la lente mayor que dos veces la distancia focal.

i) Diagrama de rayos. Reglas seguidas:
- Rayo que incide paralelo al eje óptico → converge, pasando por el foco imagen F' (rojo)
- Rayo que pasa por el foco objeto F → sale paralelo al eje óptico (azul)
- Rayo que incide sobre el vértice (centro) de la lente → Sale formando el mismo ángulo con el eje óptico. (naranja)



ii) Usaremos normas DIN a la hora de medir las distancias.
Todas las distancias a la derecha de la lente o hacia arriba del eje óptico son positivas. Son negativas aquellas distancias a la izquierda de la lente o hacia abajo del eje óptico.

y: tamaño del objeto: s: posición del objeto
f': distancia focal (lente-F'). s': posición de la imagen s' = 1,5 m
y': tamaño de la imagen. Aumento lateral $\beta = \frac{y'}{y} = -0{,}5$

ii) Aplicamos las ecuaciones de Gauss para calcular posición y tamaño de la imagen.

Ecuación de la lente: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$ Aumento lateral: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

Calculamos la posición del objeto con el aumento lateral: $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \rightarrow -0{,}5 = \frac{1{,}5}{s} \rightarrow s = -3\ m$

iii) Calculamos la distancia focal con la ecuación de la lente

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \rightarrow \frac{1}{1{,}5} - \frac{1}{-3} = \frac{1}{f'} \quad \rightarrow f' = 1\ m$$

C.2. a) Una onda armónica de amplitud A y frecuencia f se propaga por una cuerda con una velocidad v. Determine los cambios que se producirían en la longitud de onda y la velocidad máxima de oscilación de un punto del medio si, manteniendo constantes el resto de parámetros: i) Se reduce a la mitad la frecuencia. ii) Se aumenta su amplitud al doble.
b) Una onda, cuya amplitud es de 0,05 m y su número de onda 10π rad m^{-1}, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje x con una velocidad de 2 m s^{-1}. i) Determine su ecuación teniendo en cuenta que en el instante inicial el punto x = 0 m se encuentra en la posición más alta de su oscilación. ii) Razone si los puntos x_1 = 0,6 m y x_2 = 0,9 m están en fase o en oposición de fase.

a) La longitud de onda de una onda armónica es la distancia más corta entre dos puntos del medio en fase. Está relacionada con la frecuencia y la velocidad mediante $\lambda = \frac{v}{f}$. no depende de la amplitud A de la onda.
La velocidad máxima de oscilación de los puntos del medio viene dada por $v_{ymáx} = \mathrm{A} \cdot \omega = 2\pi \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{f}$

i) Al reducir a la mitad la frecuencia, vemos que:

La longitud de onda se hará el doble $\lambda_1 = \frac{v}{f_2} = \frac{v}{\frac{f_2}{2}} = 2 \cdot \frac{v}{f_1} = 2 \cdot \lambda_1$

La velocidad máxima de oscilación se reduce a la mitad: $v_{ymáx2} = 2\pi \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{f}_2 = 2\pi \cdot \mathrm{A} \cdot \frac{\mathrm{f}_1}{2} = \frac{v_{ymáx1}}{2}$

ii) Al aumentar la amplitud al doble:

La longitud de onda no se ve modificada, ya que no depende de la amplitud.

La velocidad máxima de oscilación se hace el doble: $v_{ymáx2} = 2\pi \cdot \mathrm{A}_2 \cdot f = 2\pi \cdot 2\mathrm{A}_1 \cdot \mathrm{f} = 2 \cdot v_{ymáx2}$

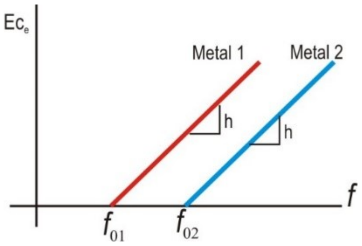
D) FÍSICA DEL SIGLO XX

D.1. a) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico, razone si es cierta o falsa la siguiente afirmación: "La energía cinética máxima de los electrones emitidos varía linealmente con la frecuencia de la luz incidente".
b) Para medir el trabajo de extracción de un metal, A, se hace incidir un haz de luz monocromática sobre dos muestras, una de dicho metal, y otra de un metal, B, cuyo trabajo de extracción es de 4,14 eV. Los potenciales de frenado de los electrones producidos son 9,93 V y 8,28 V, respectivamente. Calcule razonadamente: i) La frecuencia de la luz utilizada. ii) El trabajo de extracción del metal A. e = $1,6\cdot10^{-19}$ C; h = $6,63\cdot10^{-34}$ J s

a) El efecto fotoeléctrico consiste en la emisión de electrones por parte de un metal al incidir sobre él radiación electromagnética. Fue explicado por Einstein en 1905 aplicando las hipótesis cuánticas de Planck, y suponiendo que la luz está constituida por partículas, los fotones, que transportan la energía de forma discreta. $E_{fotón} = h \cdot f$
Cuando un fotón incide sobre un electrón del metal, le cede su energía. Si ésta es suficiente para vencer la atracción del núcleo y extraerlo (trabajo de extracción o función trabajo, W_{extr}), se producirá la emisión de electrones. En caso contrario, no se producirá. La frecuencia mínima que debe tener la radiación para arrancar los electrones se denomina frecuencia umbral del metal (f_0). Se cumple que $W_{extr} = h \cdot f_0$
Una vez vencida la atracción del núcleo, la energía sobrante se invierte en dar energía cinética a los electrones.
Así: $E_f = W_{extr} + Ec_e \rightarrow hf = hf_0 + Ec_e \rightarrow Ec_e = h \cdot f - h \cdot f_0$

i) La pregunta puede resultar un poco ambigua. En sentido matemático estricto, una función es lineal si tiene una ecuación del tipo y = a ·x, es decir, si las magnitudes son directamente proporcionales (variación uniforme y pasa por el punto (0,0)). En este sentido, la variación de la energía cinética con la frecuencia f NO es lineal, sino AFÍN, ya que existe una frecuencia umbral, que introduce una ordenada en el origen (y = a·x+b). La afirmación sería falsa.

Con una interpretación menos estricta, como suele hacerse en Física, tanto una función lineal como una afín se consideran que varían linealmente, esto es, de forma uniforme (la gráfica es una línea recta, depende de la primera potencia de la variable, independientemente de que pase o no por el origen). En este sentido, la energía cinética SÍ varía de forma lineal con la frecuencia, y la afirmación sería cierta.



b) Aplicamos el balance energético del efecto fotoeléctrico a cada experiencia: $E_f = W_{extr} + Ec_e$
En cada caso calculamos la energía cinética máxima de los electrones a partir del potencial de frenado $Ec_e = e \cdot V_{fr}$

A) $E_f = W_{extrA} + Ec_{eA}$
$E_f = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f$ $\qquad Ec_{eA} = e \cdot V_{frA} = 1,6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 9,93\, V = 1,59 \cdot 10^{-18}\, J$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f = W_{extrA} + 1,59 \cdot 10^{-18} \quad (1)$$

B) $E_f = W_{extrB} + Ec_{eB}$
$E_f = h \cdot f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f$ $\qquad W_{extrB} = 4,14\, eV = 4.14 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}\, J = 6,62 \cdot 10^{-19}\, J$
$Ec_{eB} = e \cdot V_{frB} = 1,6 \cdot 10^{-19}\, C \cdot 8,28\, V = 1,32 \cdot 10^{-18}\, J$

$$6,63 \cdot 10^{-34} \cdot f = 6,62 \cdot 10^{-19} + 1,32 \cdot 10^{-18} \quad (2)$$

Resolvemos el sistema formado por 1 y 2. Despejamos f de (2): $f = 2,99 \cdot 10^{15}\, Hz$ Frecuencia de la radiación

De (1) obtenemos el trabajo de extracción $W_{extrA} = 3,92 \cdot 10^{-19}\, J$ (2,45 eV)

D.2. a) Discuta razonadamente los tipos de emisiones radiactivas que pueden producirse en el núcleo de los átomos y las características que posee cada una de ellas.
b) El periodo de semidesintegración del ^{226}Ra es de 1602 años. Si se posee una muestra de 240 mg, determine: i) La masa de dicho isótopo que queda sin desintegrar al cabo de 350 años. ii) El tiempo que se requiere para que su actividad se reduzca a la sexta parte.

a) Entendemos que el enunciado pregunta por la emisiones de radiactividad natural, no artificial.
Las emisiones radiactivas naturales pueden ser de tres tipos, denominados con las tres primeras letras del alfabeto griego:

α : Constituida por núcleos de $^{4}_{2}He$ (es decir, dos protones y dos neutrones). ´
Lay de desplazamiento: Al emitir una partícula α , el núcleo se queda con Z' = Z - 2 , A' = A – 4

$$^{A}_{Z}X \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^{4}_{2}He$$

Se da sobre todo en núcleos pesados.

β : Formada por electrones ($^{0}_{-1}e^{-}$). Se producen por la desintegración de un neutrón del núcleo, debido a la interacción nuclear débil $^{1}_{0}n \rightarrow ^{1}_{1}p^{+} + ^{0}_{-1}e^{-} + ^{0}_{0}\bar{\nu}_{e}$

Tanto el electrón como el antineutrino escapan del átomo, pero el protón se queda, atraído por la fuerza nuclear fuerte. Como consecuencia, Z aumenta en una unidad y el número de nucleones se queda igual: Z' = Z + 1, A' = A

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z+1}^{A}Y + ^{0}_{-1}e^{-} + ^{0}_{0}\bar{\nu}_{e}$$

γ : (Radiación electromagnética, fotones) Sin masa, sin carga. El núcleo simplemente pierde energía. Sigue siendo un núcleo del mismo elemento químico. $^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow ^{A}_{Z}X + ^{0}_{0}\gamma$

(Podríamos añadir la desintegración β^{+} (positrones), ocasionada por la desintegración de un protón

$^{1}_{1}p \rightarrow ^{1}_{0}n + ^{0}_{1}e^{+} + ^{0}_{0}\nu_{e}$ Así: $^{A}_{Z}X \rightarrow {}_{Z-1}^{A}Y + ^{0}_{1}e^{+} + ^{0}_{0}\nu_{e}$

b) El ^{226}Ra es un nucleido radiactivo, que se desintegra emitiendo partículas y transformándose en un nucleido más estable. De esta forma, la cantidad inicial de núcleos sin desintegrar disminuye según la ley de desintegración radiactiva $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, donde m es la masa sin desintegrar actualmente, m_0 la masa inicial sin desintegrar, λ la constante radiactiva (indica la probabilidad de que un núcleo se desintegre en la unidad de tiempo) y t el tiempo transcurrido.
Datos: $T_{\frac{1}{2}} = 1602\ años$ (tiempo que tarda la muestra inicial sin desintegrar en reducirse a la mitad)
m_0 = 240 mg

i) Calculamos la constante radiactiva a partir del periodo de semidesintegración:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{ln2}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{ln2}{T_{\frac{1}{2}}} = 4{,}327 \cdot 10^{-4}\ años^{-1}$$

Aplicamos la ley de desintegración (t = 350 años) $m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 240\ mg \cdot e^{-4{,}327 \cdot 10^{-4} \cdot 350} = 206{,}27\ mg$

ii) La actividad (A) indica el número de desintegraciones en la unidad de tiempo. También disminuye con el tiempo según la ley de desintegración $A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \rightarrow \frac{A}{A_0} = e^{-\lambda \cdot t}$

Nos dicen que la actividad se reduce a la sexta parte:

$$\frac{A}{A_0} = \frac{1}{6} \rightarrow e^{-\lambda \cdot t} = \frac{1}{6} \rightarrow \ln\left(e^{-\lambda \cdot t}\right) = \ln\left(\frac{1}{6}\right) \rightarrow -\lambda \cdot t \cdot \ln e = \ln\left(\frac{1}{6}\right) \rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{1}{6}\right)}{-\lambda} = \frac{\ln\left(\frac{1}{6}\right)}{-4{,}327 \cdot 10^{-4}} = 4140{,}88\ años$$